平　成　29　年　度

開星高等学校入学試験問題

（第２限　10：30〜11：20）

数　　学

注　　意

1　「始め」の合図があるまでは，開いてはいけません。

2　問題は全部で６題あり，８ページまでです。

3　「始め」の合図があったら，まず，解答用紙に受験番号を書きなさい。

4　答えは，すべて解答用紙に書きなさい。

5　$\sqrt{}$ や π が必要なときは，およその値を用いないで，$\sqrt{}$ や π のままで答えなさい。

6　定規，コンパスの使用は認めますが，分度器の使用は認めません。

7　「やめ」の合図で，すぐ鉛筆をおき，解答用紙を裏返しにして机の上におきなさい。

【第１問題】

次の⑴〜⑽について，$\boxed{}$ に適する数や式を入れなさい。

⑴　$-8-13$ を計算すると，$\boxed{}$ である。

⑵　$6-8\div(-2)$ を計算すると，$\boxed{}$ である。

⑶　$\dfrac{3}{5}\div\dfrac{9}{10}-\dfrac{2}{5}$ を計算すると，$\boxed{}$ である。

⑷　$-3^2-(-2)^3$ を計算すると，$\boxed{}$ である。

⑸　$\sqrt{6}\times2\sqrt{3}$ を計算すると，$\boxed{}$ である。

⑹　$\sqrt{48}+2\sqrt{3}-\sqrt{75}$ を計算すると，$\boxed{}$ である。

⑺　$(3x-1)^2$ を計算すると，$\boxed{}$ である。

⑻　連立方程式 $\begin{cases}3x-4y=8\\2x-5y=3\end{cases}$ を解くと，

$x=\boxed{}$，$y=\boxed{}$ である。

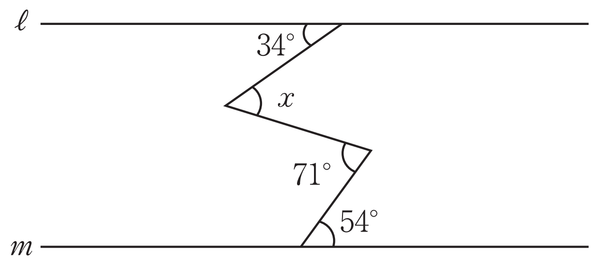
⑼　$x^2-5x-24$ を因数分解すると，$\boxed{}$ である。

⑽　$x^2+3x+1=0$ を解くと，$x=\boxed{}$ である。

【第２問題】

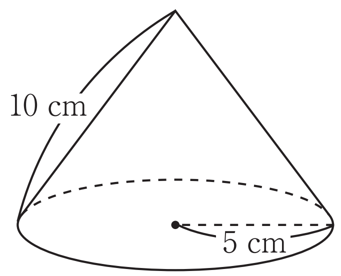
次の(1)〜(8)の問いに答えなさい。

(1)　右の図で，$\ell \,/\!/\, m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

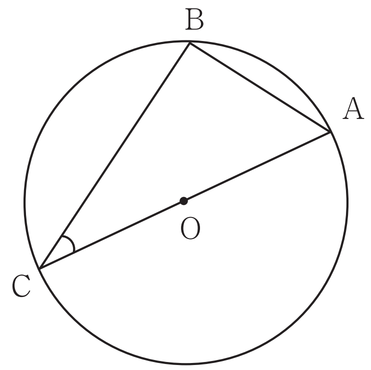


(2)　八角形の内角の和を求めなさい。

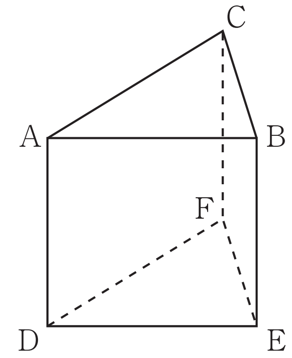
(3)　右の図の円錐の表面積を求めなさい。



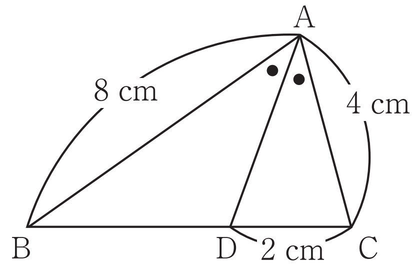
(4)　右の図のように，△ＡＢＣが円Ｏに内接しています。
$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA} = 1:2:3$ のとき，∠Ｃの大きさを求めなさい。



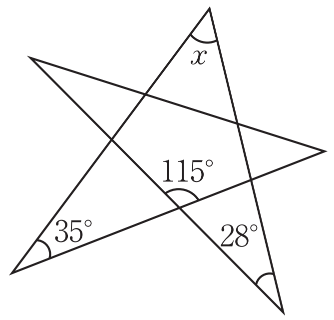
(5)　右の図の三角柱で，辺ＡＤとねじれの位置にある辺をすべて答えなさい。



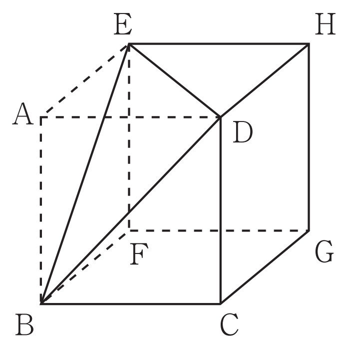
(6)　右の図で，●印をつけた角の大きさが等しいとき，ＢＤの長さを求めなさい。



(7)　右の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

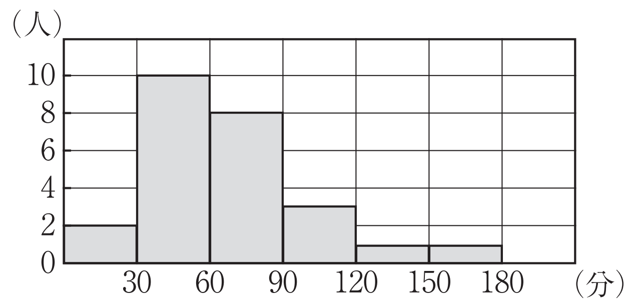


(8)　右の図のような，１辺の長さが 6cm の立方体がある。３点Ｂ，Ｄ，Ｅを通る平面で切り，頂点Ａを含む立体を取り除いた立体の体積を求めなさい。



【第3問題】

下の図は，あるクラス全員の平日の家庭学習時間について調べ，結果をヒストグラムにしたものである。次の⑴〜⑶の問いに答えなさい。



⑴　このクラスの生徒数は全員で何人か答えなさい。

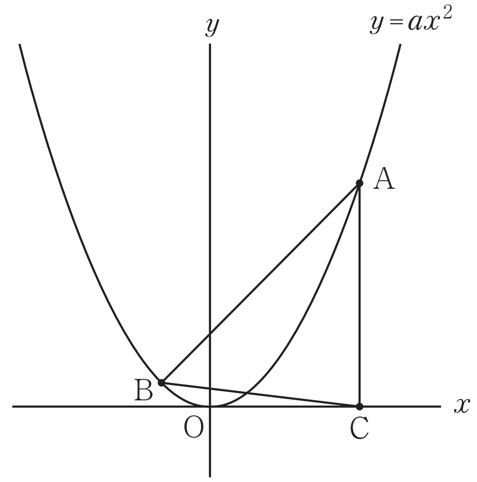
⑵　最頻値を階級値で答えなさい。

⑶　このクラスの平日の家庭学習時間が90分以上の生徒は，全体の何％か答えなさい。

【第4問題】

関数 $y = ax^2$ のグラフ上に2点A，Bがあり，点Cは x 軸上にある。点Bの座標は $\left(-1,\ \frac{1}{2}\right)$ であり，点Cの x 座標は3である。また，△ABCの辺ACは y 軸と平行である。

このとき，次の⑴〜⑷の問いに答えなさい。



⑴　a の値を求めなさい。

⑵　点Aの座標を求めなさい。また，直線ABの式を求めなさい。

⑶　△ABCの面積を求めなさい。

⑷　y 座標が正の数の点Dを y 軸上にとる。△ABC＝△ABDとなる点Dの座標を求めなさい。

【第５問題】

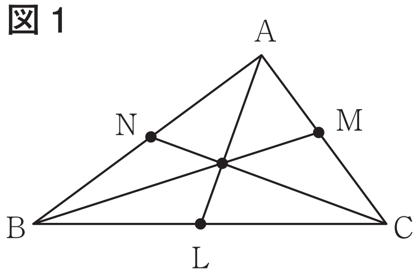
さちこさんは，次の**問題**を考えています。

問題

図１の△ＡＢＣで，点Ｍ，Ｎ，Ｌは，それぞれ，辺ＡＣ，ＡＢ，ＢＣの中点です。

このとき，３つの線分ＡＬ，ＢＭ，ＣＮが１点で交わることを証明しなさい。

図１



さちこさんは，証明の**方針**を次のように考えました。

方針

1. △ＡＢＣで，線分ＡＬとＢＭの交点と線分ＡＬとＣＮの交点が一致することを示せばよい。
2. 線分ＡＬとＢＭの交点をＧ，線分ＡＬとＣＮの交点をＨとし，それぞれの交点を見やすくするために，**図１**を２つの図に分けると下の**図２**，**図３**のようになる。

図２

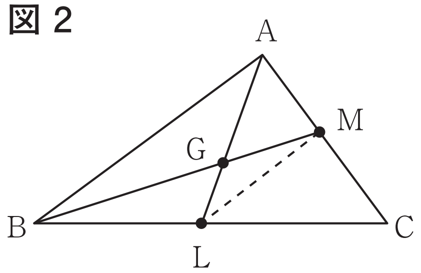
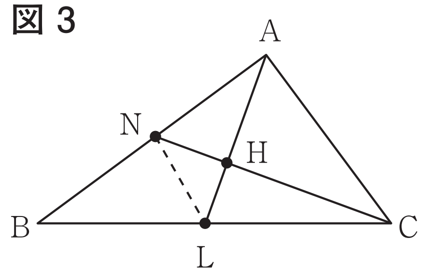


図３



3. **図２**，**図３**において，中点連結定理をもとに，それぞれ△ＡＢＧと△ＬＭＧ，△ＡＣＨと△ＬＮＨの相似が示せそうだ。

次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。

(1) **図２**の点Ｇを下の①〜③にしたがって作図しなさい。

①コンパスと定規を使って作図すること。ただし，定規は直線や線分を引くことだけに用いること。

②コンパスの線は，はっきりと見えるようにかくこと。コンパスの針をさした位置に●印をつけること。

③作図に用いた線は消さないで残しておくこと。

(2) さちこさんは，次のように**証明**をしました。$\boxed{\text{ア}}$〜$\boxed{\text{カ}}$に適するものを答えなさい。ただし，$\boxed{\text{ウ}}$にはことばを，$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$には適する数を答えなさい。

証明

図２の△ＡＢＧと△ＬＭＧにおいて，

点Ｌ，Ｍは辺ＢＣ，ＡＣの中点だから，中点連結定理によって

ＬＭ∥$\boxed{\text{ア}}$ …①　　　ＬＭ＝$\boxed{\text{イ}}$ …②

①より，$\boxed{\text{ウ}}$がそれぞれ等しいことが分かるので，

△ＡＢＧ∽△ＬＭＧ …③

②，③より，相似な図形の対応する辺の比は等しいので，

ＡＧ：ＬＧ＝$\boxed{\text{ア}}$：ＬＭ＝$\boxed{\text{エ}}$：$\boxed{\text{オ}}$ …④

また，**図３**の△ＡＣＨと△ＬＮＨについても同じように考えて，

△ＡＣＨ∽△ＬＮＨとなるので，

ＡＨ：ＬＨ＝$\boxed{\text{カ}}$：ＬＮ＝$\boxed{\text{エ}}$：$\boxed{\text{オ}}$ …⑤

④，⑤より，

点Ｇ，Ｈは，ともに線分ＡＬを$\boxed{\text{エ}}$：$\boxed{\text{オ}}$に分ける点だから，一致する。

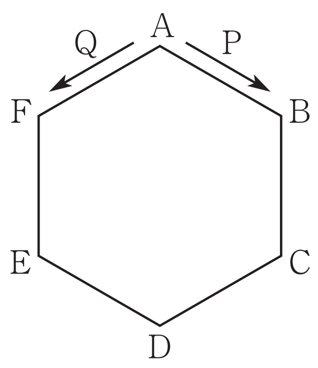
したがって，３つの線分ＡＬ，ＢＭ，ＣＮは１点で交わる。

(3) さちこさんの証明により，３つの線分の交点はそれぞれの線分を$\boxed{\text{エ}}$：$\boxed{\text{オ}}$に分けることが分かります。これをもとに，**図２**の△ＬＭＧの面積が１のとき，△ＡＢＣの面積を求めなさい。

【第６問題】

右の図のような正六角形ＡＢＣＤＥＦがある。

点ＰとＱは頂点Ａを出発し，下の規則にしたがって正六角形の頂点上を矢印の向きにそれぞれ移動する。



規則：大小２つのさいころを同時に１回投げる。 点Ｐは，大きいさいころの出た目の数だけ時計まわりに移動する。 点Ｑは，小さいさいころの出た目の２倍の数だけ反時計まわりに移動する。

このとき，次の(1)〜(4)の問いに答えなさい。

(1) 大小２つのさいころを投げ，大きいさいころは３，小さいさいころは５の目が出たとき，点ＰとＱが移動した位置をＡ〜Ｆの記号でそれぞれ答えなさい。

(2) ３点Ａ，Ｐ，Ｑをつないだとき，△ＡＰＱが正三角形になる目の出方は何通りありますか。

(3) ２点Ｐ，Ｑが同じ頂点に移動する目の出方は何通りありますか。

(4) ３点Ａ，Ｐ，Ｑをつないだとき，三角形にならない確率を求めなさい。